

УДК 517.982.3

**ПРЕДСТАВЛЕНИЕ ФУНКЦИЙ,
ЛИНЕЙНЫХ ФУНКЦИОНАЛОВ И ОПЕРАТОРОВ
В ВЕСОВОМ ПРОСТРАНСТВЕ ТИПА С.Л.СОБОЛЕВА**

Ш.Ш.ЮСУБОВ

Бакинский Государственный Университет

yusubov_sh@mail.ru

Введено весовое пространство типа С.Л.Соболева, получены представления функций, линейных ограниченных функционалов и операторов, а также представления решений операторных уравнений.

Ключевые слова: весовое пространство, линейные функционалы, операторные уравнения.

В работе введено весовое пространство типа С.Л.Соболева, получены представления функций, линейных ограниченных функционалов и операторов, а также представления решений операторных уравнений.

Ранее, в других классах функций аналогичные вопросы рассматривались в работах [1-5], а в работах [6,7] исследованы корректная разрешимость краевой задачи для гиперболических уравнений высших порядков.

Основные обозначения и понятия. R_n - евклидово пространство векторов столбцов $x = (x_1, \dots, x_n)'$ с нормой $|\cdot|_n$, $G = (x_1^0, x_1^1) \times \dots \times (x_n^0, x_n^1)$ - n -мерный ограниченный параллелепипед, T_k - множество всех k -мерных векторов $\delta_{(k)} = (\delta_1, \dots, \delta_k)$, где δ_i натуральные числа, удовлетворяющие условиям $1 \leq \delta_1 < \dots < \delta_k \leq n$. С каждым из векторов $\delta_{(k)}$ свяжем вектор $\beta_{(n-k)} = (\beta_1, \dots, \beta_{n-k})$, для которого $1 \leq \beta_1 < \beta_2 < \dots < \beta_{n-k} \leq n$ и $\beta_i \in \{1, 2, \dots, n\} \setminus \{\delta_1, \delta_2, \dots, \delta_k\}$. Тогда точку $x \in R_n$ можно записать в виде $x = (x_{\delta_{(k)}}, x_{\beta_{(n-k)}})$, где $x_{\delta_{(k)}} = (x_{\delta_1}, \dots, x_{\delta_k})$, $x_{\beta_{(n-k)}} = (x_{\beta_1}, \dots, x_{\beta_{n-k}})$. Также будем

пользоваться обозначениями $x_{\delta_{(k)}}^{j_{\delta_{(k)}}} = x_{\delta_1}^{j_{\delta_1}} \cdot \dots \cdot x_{\delta_k}^{j_{\delta_k}}$, $j_{\delta_{(k)}} != j_{\delta_1} \cdot \dots \cdot j_{\delta_k}$.
 $l = (l_1, \dots, l_n)$ - целочисленный вектор с положительными компонентами, $j = (j_1, \dots, j_n)$ и $S_l = \{j = (j_1, \dots, j_n) / j_k = 0, 1, \dots, l_k; k = 1, 2, \dots, n\}$.

$R_{\delta_{(k)}}$ - k -мерное подпространство из R_n переменных $x_{\delta_{(k)}}$. $G_{\delta_{(k)}}$ - проекция множества $G \subset R_n$ на $R_{\delta_{(k)}}$. Ясно, что $R_{\delta_{(n)}} = R_n$ и $G_{\delta_{(n)}} = G$.

$\Omega_l(\delta_{(k)}) = \{j \in S_l \mid j_{\delta_{(k)}} = l_{\delta_{(k)}}; j_\nu = 0, 1, \dots, l_\nu - 1, \nu = \beta_1, \dots, \beta_{n-k}\}$, $\tilde{S}_l = S_l \mid S_{l-1}$.

Тогда $\tilde{S}_l = \{j \in S_l \mid j \in \Omega_l(\delta_{(k)}), \delta_{(k)} \in T_k, k = 1, \dots, n\}$, где $S_{l-1} = \{j \in S_l \mid 0 \leq j_\nu \leq l_\nu - 1, \nu = 1, 2, \dots, n\}$, $1 = (1, \dots, 1) \in R_n$.

$L_{p,m}(G)$ ($1 < p < \infty$) - пространство m -мерных измеримых функ-

ций $u : G \rightarrow R_m$, для которых $\|u\|_{p,G} = \left(\int_G |u(x)|_m^p dx \right)^{\frac{1}{p}} < \infty$.

$L_{p,\alpha,m}(G)$, $1 < p < \infty$, $\alpha = (\alpha_1, \dots, \alpha_n)$, $0 \leq \alpha_i < 1 - \frac{1}{p}$, $i = \overline{1, n}$ - простран-

ство m -мерных измеримых функций $u : G \rightarrow R_m$ с конечной нормой

$\|u\|_{p,\alpha,G} = \left\| (x - x^0)^\alpha u \right\|_{p,G} = \left(\int_G |(x - x^0)^\alpha u(x)|_m^p dx \right)^{\frac{1}{p}}$, $W_{p,\alpha,m}^l(G)$ - весовое

пространство всех $u \in L_{p,m}(G)$, имеющих обобщенные в смысле С.Л.Соболева

производные $D^j u$, $j \in S_l$, для которых $D^j u \in L_{p,m}(G)$, при

$j \in S_{l-1}$ и $D^j u \in L_{p,\alpha_{\delta_{(k)}},m}(G)$, при $j \in \Omega_l(\delta_{(k)})$, $\delta_{(k)} \in T_k$, $k = \overline{1, n}$. $D_k = \frac{\partial}{\partial x_k}$ -

оператор обобщенного дифференцирования в смысле С.Л.Соболева,

$D^j = D_1^{j_1} \dots D_n^{j_n}$.

Норму в этом пространстве определим в виде

$$\begin{aligned} \|u\|_{W_{p,\alpha,m}^l} &= \sum_{j \in S_{l-1}} \|D^j u\|_{p,G} + \sum_{j \in \tilde{S}_l} \|D^j u\|_{p,\alpha_{\delta_{(k)}},G} = \sum_{j \in S_{l-1}} \|D^j u\|_{p,G} + \\ &+ \sum_{j \in \tilde{S}_l} \left\| (x_{\delta_{(k)}} - x_{\delta_{(k)}}^0)^{\alpha_{\delta_{(k)}}} D^j u \right\|_{p,G}. \end{aligned} \quad (1)$$

Пространство $W_{p,\alpha,m}^l(G)$ является банаховым с нормой (1) и при $\alpha = 0$ это пространство совпадает с пространством $W_{p,m}^l(G)$ [2,4].

В весовом пространстве $W_{p,\alpha,m}^l(G)$ определим линейные операторы $D_j^0 : W_{p,\alpha,m}^l(G) \rightarrow R_m$, $j \in S_{l-1}$ и $D_{j,\delta_{(k)}}^0 : W_{p,\alpha,m}^l(G) \rightarrow L_{p,\alpha_{\delta_{(k)}},m}(G_{\delta_{(k)}})$, $j \in \tilde{S}_l$

следующим образом:

$$D_j^0 u = D^j u(x) \Big|_{x=x^0}, \quad j \in S_{l-1}, \quad D_{j,\delta(k)}^0 u = D^j u(x) \Big|_{x_{\beta(n-k)} = x_{\beta(n-k)}^0}, \quad j \in \tilde{S}_l.$$

Отметим, что эти операторы определяют следы функций из $W_{p,\alpha,m}^l(G)$ в R_m и $L_{p,\alpha_{\delta(k)},m}(G_{\delta(k)})$, соответственно. Поэтому в $W_{p,\alpha,m}^l(G)$ можно ввести норму и следующим образом:

$$\|u\|_{W_{p,\alpha,m}^l} = \sum_{j \in S_{l-1}} \|D_j^0 u\|_m + \sum_{j \in \tilde{S}_l} \|D_{j,\delta(k)}^0 u\|_{L_{p,\alpha_{\delta(k)},m}(G_{\delta(k)})}. \quad (2)$$

$$H_{p,\alpha,m}^l = \prod_{j \in S_{l-1}} R_m \times \prod_{j \in \tilde{S}_l} L_{p,\alpha_{\delta(k)},m}(G_{\delta(k)}), \quad 1 < p < \infty, \quad \alpha = (\alpha_1, \dots, \alpha_n), \quad 0 \leq \alpha_i < 1 - \frac{1}{p}, \quad i = \overline{1, n}$$

-пространство с элементами $b = \{b_j, j \in S_{l-1}, b_{j,\delta(k)}, j \in \tilde{S}_l\}$,

где $b_j \in R_m, j \in S_{l-1}, b_{j,\delta(k)} \in L_{p,\alpha_{\delta(k)},m}(G_{\delta(k)}), j \in \tilde{S}_l$ и нормой

$$\|b\|_{H_{p,\alpha,m}^l} = \sum_{j \in S_{l-1}} |b_j|_m + \sum_{j \in \tilde{S}_l} \|b_{j,\delta(k)}\|_{L_{p,\alpha_{\delta(k)},m}(G_{\delta(k)})}.$$

Представление функций из $W_{p,\alpha,m}^l(G)$.

Имеет место следующие теоремы.

Теорема 1. Общий вид функций $u \in W_{p,\alpha,m}^l(G), 1 < p < \infty,$

$\alpha = (\alpha_1, \dots, \alpha_n), 0 \leq \alpha_i < 1 - \frac{1}{p}, i = \overline{1, n}$ задается равенством

$$u(x) = \sum_{j \in S_{l-1}} \frac{(x - x^0)^j}{j!} b_j + \sum_{j \in \tilde{S}_l} \frac{(x_{\beta(n-k)} - x_{\beta(n-k)}^0)^{j_{\beta(n-k)}}}{j_{\beta(n-k)}!} \times \\ \times \int_{G_{\delta(k)}} \theta(x_{\delta(k)} - \xi_{\delta(k)}) \frac{(x_{\delta(k)} - \xi_{\delta(k)})^{l_{\delta(k)} - 1}}{(l_{\delta(k)} - 1)! (\xi_{\delta(k)} - x_{\delta(k)}^0)^{\alpha_{\delta(k)}}} b_{j,\delta(k)}(\xi_{\delta(k)}) d\xi_{\delta(k)}, \quad (3)$$

где $b_j \in R_m, j \in S_{l-1}, b_{j,\delta(k)} \in L_{p,m}(G_{\delta(k)}), \theta(t) = \theta(t_1) \cdot \dots \cdot \theta(t_2),$

$$\theta(t_i) = 0, t_i < 0, \quad \theta(t_i) = 1, t_i \geq 0, \quad i = \overline{1, n}.$$

Теорема 2. Существуют положительные постоянные M_0 и M^0 такие, что

$$M_0 \|u\|_{W_{p,\alpha,m}^l(G)} \leq \|u\|_{W_{p,\alpha,m}^l(G)} \leq M^0 \|u\|_{W_{p,\alpha,m}^l(G)}. \quad (4)$$

Из этой теоремы следует, что нормы (1) и (2) эквивалентны, а операторы $D_j^0, j \in S_{l-1}$ и $D_{j,\delta(k)}^0, j \in \tilde{S}_l$ непрерывны на $W_{p,\alpha,m}^l(G)$.

Теорема 3. Пространства $W_{p,\alpha,m}^l(G)$ и $H_{p,\alpha,m}^l, 1 < p < \infty, \alpha = (\alpha_1, \dots, \alpha_n),$

$0 \leq \alpha_i < 1 - \frac{1}{p}$, $i = \overline{1, n}$, изометричны.

Теорема 4. Общий вид линейного функционала заданного в пространстве $W_{p, \alpha, m}^l(G)$, $1 < p < \infty$, $0 \leq \alpha_i < 1 - \frac{1}{p}$, $i = \overline{1, n}$ дается равенством

$$f(u) = \sum_{j \in S_{l-1}} (D_j^0 u)' \omega_j + \sum_{j \in \tilde{S}} \int_{G_{\delta(k)}} ((D_{j, \delta(k)}^0 u)(x_{\delta(k)}))' \omega_{j, \delta(k)}(x_{\delta(k)}) dx_{\delta(k)}, \quad (5)$$

где $\omega_j \in R_m$, $j \in S_{l-1}$, $\omega_{j, \delta(k)} \in L_{q, -\alpha_{\delta(k)}, m}(G_{\delta(k)})$, $j \in \tilde{S}_l$, $p + q = pq$.

Из этой теоремы следует, что пространство $(W_{p, \alpha, m}^l(G))^*$ изоморфно пространству $H_{q, -\alpha, m}^l$.

Разрешимость линейных уравнений в $W_{p, \alpha, m}^l(G)$. Рассмотрим операторное уравнение общего вида

$$Lu = \varphi, \quad (6)$$

где L - линейный ограниченный оператор из $W_{p, \alpha, m}^l(G)$ в некоторое банахово пространство B .

В дальнейшем, наряду с уравнением (6), рассмотрим уравнение

$$L^* f = \psi, \quad (7)$$

которое будем называть сопряженным по отношению к уравнению (6).

Поскольку каждую функцию $\psi \in (W_{p, \alpha, m}^l(G))^*$ можно отождествить с некоторым элементом $\psi = \{\psi_j, j \in S_{l-1}, \psi_{j, \delta(k)}, j \in \tilde{S}_l\}$ из $(H_{p, \alpha, m}^l)^*$, то при

$1 < p < \infty$, $0 \leq \alpha_i < 1 - \frac{1}{p}$, $i = \overline{1, n}$, уравнение (7) можно записать в виде системы

$$\begin{aligned} \omega_j f &= \psi_j, \quad j \in S_{l-1}, \\ (\omega_{j, \delta(k)} f)(\xi_{\delta(k)}) &= \psi_{j, \delta(k)}(\xi_{\delta(k)}), \quad \xi_{\delta(k)} \in G_{\delta(k)}, \quad j \in \tilde{S}_l. \end{aligned} \quad (8)$$

Пусть $F = (f_1, \dots, f_m)' \in B_m^* = \underbrace{B^* \times \dots \times B^*}_m$, $W_j F$, $j \in S_{l-1}$ и $W_{j, \delta(k)} F$,

$j \in \tilde{S}_l$ $m \times m$ -матрицы, ν -ые столбцы которых совпадают с векторами $(\omega_j f_\nu)$, $j \in S_{l-1}$ и $(\omega_{j, \delta(k)} f_\nu)$, $j \in \tilde{S}_l$, соответственно. Тогда, в силу (5), для любого $\nu = \overline{1, m}$, имеет место

$$\begin{aligned} f_\nu(Lu) &= (L^* f_\nu)u = \sum_{j \in S_{l-1}} (D_j^0 u)' (\omega_j f_\nu) + \sum_{j \in \tilde{S}_l} \int_{G_{\delta(k)}} ((D_{j, \delta(k)}^0 u)(x_{\delta(k)}))' \times \\ &\quad \times (\omega_{j, \delta(k)} f_\nu)(x_{\delta(k)}) dx_{\delta(k)}. \end{aligned}$$

Поэтому справедливо тождество

$$F(Lu) \equiv (f_1(Lu), \dots, f_m(Lu)) = \sum_{j \in S_{l-1}} (D_j^0 u)' W_j F + \sum_{j \in \tilde{S}_l} \int_{G_{\delta_{(k)}}} \left((D_{j, \delta_{(k)}}^0 u)(x_{\delta_{(k)}}) \right)' \times \\ \times (W_{j, \delta_{(k)}} F)(x_{\delta_{(k)}}) dx_{\delta_{(k)}} = (L_M^* F)u, \quad (9)$$

для всех $F \in B_m^*$ и $u \in W_{p, \alpha, m}^l(G)$.

Оператор $L_m^* = \{W_j, j \in S_{l-1}, W_{j, \delta_{(k)}}, j \in \tilde{S}_l\}$, действующий из B_m^* в $(H_{p, \alpha, m \times m}^l)^*$, где

$$H_{p, \alpha, m \times m}^l = \left(\prod_{j \in S_{l-1}} R_{m \times m} \right) \times \left(\prod_{j \in \tilde{S}_l} L_{p, \alpha_{\delta_{(k)}}, m \times m}(G_{\delta_{(k)}}) \right),$$

назовем сопряженным матричным оператором.

Рассмотрим сопряженное матричное уравнение

$$L_M^* F = \Psi, \quad (10)$$

где $\Psi = \{\Psi_j, j \in S_{l-1}, \Psi_{j, \delta_{(k)}}, j \in \tilde{S}_l\} \in H_{q, -\alpha, m \times m}^l$, или в компонентах

$$\begin{cases} W_j F = \Psi_j, & j \in S_{l-1}, \\ (W_{j, \delta_{(k)}} F)(\xi_{\delta_{(k)}}) = \Psi_{j, \delta_{(k)}}(\xi_{\delta_{(k)}}), & j \in \tilde{S}_l. \end{cases} \quad (11)$$

Решение системы (11) эквивалентно решению системы (8) для m серий правых частей

$$\psi_j = (\Psi_j)_\nu, \quad \psi_{j, \delta_{(k)}}(\xi_{\delta_{(k)}}) = (\Psi_{j, \delta_{(k)}}(\xi_{\delta_{(k)}}))_\nu, \quad \nu = \overline{1, m},$$

где $(A)_\nu$ – ν -ый столбец матрицы A . Поэтому справедлива

Лемма. Для того, чтобы уравнение (10) имело единственное решение $F \in B_m^*$ для всех $\Psi \in (H_{p, \alpha, m \times m}^l)^*$, необходимо и достаточно, чтобы уравнение (7) имело единственное решение $f \in B^*$ для всех $\psi \in (H_{p, \alpha, m}^l)^*$.

Теперь рассмотрим частный случай системы (11), при специальном выборе правой части

$$W_j F = \Psi_j = I \frac{(x - x^0)^j}{j!}, \quad j \in S_{l-1}, \\ (W_{j, \delta_{(k)}} F)(\xi_{\delta_{(k)}}) = \Psi_{j, \delta_{(k)}}(\xi_{\delta_{(k)}}) = I \theta(x_{\delta_{(k)}} - \xi_{\delta_{(k)}}) \frac{(x_{\beta_{(n-k)}} - x_{\beta_{(n-k)}}^0)^{j_{\beta_{(n-k)}}}}{j_{\beta_{(n-k)}}!} \times \\ \times \frac{(x_{\delta_{(k)}} - \xi_{\delta_{(k)}})^{l_{\delta_{(k)}} - 1}}{(l_{\delta_{(k)}} - 1)!}, \quad j \in \tilde{S}_l, x \in G, \quad (12)$$

где I – единичная $m \times m$ -матрица, причем первая группа равенств (12) понимается в обычном смысле, а вторая группа в смысле почти всюду на

$G_{\delta(k)}$.

Теорема 5. Если уравнение (6) для любого $\varphi \in B$ имеет единственное решение $u \in W_{p,\alpha,m}^l(G)$, то система (12) для любого $x \in G$ имеет единственное решение $F(x) \in B_m^*$, причем решение $u \in W_{p,\alpha,m}^l(G)$ уравнения (6) представляется в виде

$$u(x) = F(x)\varphi, \quad x \in G. \quad (13)$$

Теорема 6. Если для любого $x \in G$ система (12) имеет хотя бы одно решение $F(x) \in B_m^*$, то любое решение $u \in W_{p,\alpha,m}^l(G)$ уравнения (6) имеет вид (13).

Вектор-функционал $F(x)$, являющееся решением уравнения (12), назовем фундаментальным решением уравнения (6).

Отметим, что для существования фундаментального решения необходимо, чтобы L имел левую обратную L_n^{-1} , а достаточное условие его дается следующей теоремой.

Теорема 7. Если L_n^{-1} существует и ограничен, то существует хотя бы одно фундаментальное решение уравнения (6).

В случае, когда $B = H_{p,\alpha,m}^l$ L имеет вид

$$L = \{L_j, j \in S_{l-1}, L_{j,\delta(k)}, j \in \tilde{S}_l\}, \quad (14)$$

где L_j и $L_{j,\delta(k)}$ - линейные ограниченные операторы, действующие из $W_{p,\alpha,m}^l(G)$ в R_m и $L_{p,\alpha_{\delta(k)},m}(G_{\delta(k)})$, соответственно.

Отметим, что если $B = H_{p,\alpha,m}^l$, то любой функционал $f \in B^*$ можно представить в виде

$$f = \{f_j, j \in S_{l-1}, f_{j,\delta(k)}, j \in \tilde{S}_l\} \in (H_{p,\alpha,m}^l)^*.$$

В этом случае число неизвестных и число уравнений в системе (8) равны.

Уравнение (6), соответствующее случаю (14), можно записать в виде

$$(L_{l,\delta(n)} u)(x) = \varphi_{l,\delta(n)}(x), \quad x \in G, \quad (15)$$

$$(L_{j,\delta(k)} u)(x_{\delta(k)}) = \varphi_{j,\delta(k)}(x_{\delta(k)}), \quad x_{\delta(k)} \in G_{\delta(k)}, \quad 1 \leq k < n, \quad j \in \tilde{S}_l, \quad (16)$$

$$L_j u = \varphi_j, \quad j \in S_{l-1},$$

где $\varphi = \{\varphi_j, j \in S_{l-1}, \varphi_{j,\delta(k)}, j \in \tilde{S}_l\} \in H_{p,\alpha,m}^l$.

Задача определения функции $u \in W_{p,\alpha,m}^l(G)$, удовлетворяющей равенствам (15),(16), назовем обобщенной задачей Гурса.

Важным частным случаем задачи (15),(16) является задача

$$(L_{l,\delta(n)} u)(x) \equiv (D_{l,\delta(n)}^0 u)(x) + (\hat{L}_{l,\delta(n)} u)(x) = \varphi_{l,\delta(n)}(x), \quad x \in G, \quad (17)$$

$$(L_{j,\delta(k)} u)(x_{\delta(k)}) \equiv (D_{j,\delta(k)}^0 u)(x_{\delta(k)}) + (\hat{L}_{j,\delta(k)} u)(x_{\delta(k)}) = \varphi_{j,\delta(k)}(x_{\delta(k)}), \quad (18)$$

$$x_{\delta(k)} \in G_{\delta(k)}, \quad 1 \leq k < n, \quad j \in \tilde{S}_l,$$

$$L_j u \equiv D_j^0 u + \hat{L}_j u = \varphi_j, \quad j \in S_{l-1},$$

где $\hat{L} = \{\hat{L}_j, j \in S_{l-1}; \hat{L}_{j,\delta(k)}, j \in \tilde{S}_l\}$ линейный ограниченный оператор из $W_{p,\alpha,m}^l(G)$ в $H_{p,\alpha,m}^l$.

В случае $\hat{L} = 0$ условие (18) имеет вид

$$(D_{j,\delta(k)}^0 u)(x_{\delta(k)}) = \varphi_{j,\delta(k)}(x_{\delta(k)}), \quad x_{\delta(k)} \in G_{\delta(k)}, \quad 1 \leq k < n, \quad j \in \tilde{S}_l, \quad (19)$$

$$D_j^0 u = \varphi_j, \quad j \in S_{l-1}.$$

Различные частные случаи обобщенной задачи Гурса приводят нас к новым корректно поставленным краевым задачам для гиперболических интегро-дифференциальных уравнений. Примером может служить задача отыскания решения $u \in W_{p,\alpha,m}^l(G)$ гиперболического уравнения

$$\sum_{j \in S_l} A_j(x) D_x^j u(x) = \varphi_{l,\delta(n)}(x), \quad x \in G,$$

удовлетворяющего условиям (19), которая везде корректно разрешима. Здесь $A_{l,\delta(n)}(x) \equiv 1$, $A_j \in L_{p,\alpha,m \times m}(G)$ при $j \in S_{l-1}$ и $A_j \in L_{\infty,p,\alpha,m \times m}^{x_{\delta(k)}, x_{\beta(n-k)}}(G)$ при $j \in \tilde{S}_l$.

ЛИТЕРАТУРА

1. Соболев С.Л. Некоторые применения функционального анализа в математической физике. М.: Наука, 1988, 336 с.
2. Никольский С.М. Об устойчивых граничных значениях дифференцируемой функции многих переменных // Мат. сб., 1963, (63)103, №2, с.224-252.
3. Бесов О.И., Ильин В.П., Никольский С.М. Интегральные представления функций и теоремы вложения. М.: Наука, 1975, 480 с.
4. Ахиев С.С. Об общем виде линейных ограниченных функционалов в одном функциональном пространстве типа С.Л.Соболева // Докл.АН Азерб.ССР, 1979, т.35, №6, с.3-7.
5. Юсубов Ш.Ш. Об одном представлении решений линейных операторных уравнений // Деп. АЗ. НИИНТИ №1194, AZ-D89, 12 с.
6. Юсубов Ш.Ш. О разрешимости некоторых нелокальных граничных задач для уравнения с доминирующей смешанной производной // Вестник Бакинского Университета, сер.физ.-мат.наук, 2012, №2, с.37-43.
7. Юсубов Ш.Ш. Задача типа Гурса для уравнения высокого порядка // Укр. мат. журн., 2013, т.65, №6, с.874-880.

**S.L.SOBOLEV TIPLİ ÇƏKİLİ FƏZADA FUNKSIYALARIN,
XƏTTİ FUNKSIONALLARIN
VƏ OPERATORLARIN GÖSTƏRİLİŞİ**

Ş.Ş.YUSUBOV

XÜLASƏ

S.L.Sobolev tipli çəkili fəza daxil edilib, bu fəzada funksiyaların, xətti məhdud funksionalların və operatorların, həm də operator tənliklərin həllərinin göstərilişləri alınıb.

Açar sözlər: çəkili fəzalar, xətti funksionallar, operator tənliklər.

**REPRESENTATION OF FUNCTIONS, LINEAR FUNCTIONALS AND
OPERATORS IN S.L.SOBOLEV TYPE WEIGHTED SPACE**

Sh.Sh.YUSUBOV

SUMMARY

S.L.Sobolev type weighted space has been introduced and, representation of functions, linear functionals and operators, as well as representation of the solution of operator equations have been obtained.

Key words: weighted spaces, linear functionals, operator equations.

Поступила в редакцию: 10.07.2015 г.

Подписано к печати: 17.11.2015 г.